

Lents acústiques

Lluís Nadal i Balandras *

Centre de Documentació i Experimentació de Ciències. Àrea de Física i Química

Introducció.

Són ben conegudes les experiències relatives a la refracció i a la difracció d'ones superficials (cubeta d'ones) i d'ones lluminoses (fluxos de llum ordinària, laser), no és però aquest el cas pel que fa a les ones sonores o ultrasons la refracció i difracció dels quals, tot i ésser fenòmens ordinaris en el nostre entorn, no acostumen a ser objecte d'experiències controlades en el laboratori.

En aquest treball descrivim detalladament la manera d'obtenir dos tipus de lents acústiques: un d'ells basat en el fenomen de la refracció, com en el cas de les lents òptiques, i l'altre en el de la difracció.

Es tracta d'una experiència que pot ser realitzada amb alumnes d'un nivell de COU alt o bé d'un primer curs universitari.

Consideracions teòriques i experimentals

Recordem que una lent biconvexa és convergent quan el seu índex de refracció és més gran que el del medi i divergent quan és més petit. Les consideracions contràries s'apliquen quan la lent és biconcava.

Si volem fer una lent biconvexa convergent, aquesta haurà de tenir un índex de refracció més gran que el del medi i per tant la velocitat de propagació del so haurà de ser més petita en la lent que en el medi.

Quin material utilitzarem per fer la lent? Per tal que l'ona incident sigui transmesa i no reflectida les impedàncies acústiques de la lent i el medi han de ser semblants. Com que la impedància acústica depèn de la densitat, si el medi és aire la lent s'haurà de fer amb un gas. La velocitat de propagació del so en un gas ve donada aproximadament per:

$$V = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T / M}$$

on γ és el coeficient adiabàtic del gas ($\gamma = C_p/C_v$), R la constant dels gasos perfectes, T la temperatura en Kelvin i M la massa molecular del gas. Una conseqüència important és que la velocitat de propagació no depèn de la pressió. El coeficient adiabàtic no varia molt d'un gas a un altre però la massa molecular sí.

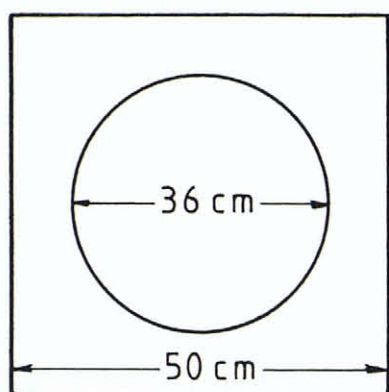
* Lluís Nadal (Les Borges Blanques, 1956) és llicenciat en Química per la Universitat de Barcelona i professor agregat de Física i Química de Batxillerat. Actualment està en comissió de serveis al Centre de Documentació i Experimentació de Ciències.

Els gasos que tinguin una massa molecular més gran que la de l'aire (28,96 g/mol) tindran una velocitat de propagació més petita i per tant un índex de refracció més gran. Els més fàcils d'utilitzar són: diòxid de carboni CO_2 (massa molecular 44 g/mol) que es pot obtenir per reacció entre l'hidrogen carbonat de sodi i l'àcid clorhídric, butà C_4H_{10} (58 g/mol), diclorodifluorometà CCl_2F_2 (121 g/mol), un freó que s'utilitza per treure la pols en equips electrònics i òptics. Aquest freó és pot trobar en tendes d'electrònica contingut en esprais sota el nom de "gas sec" o "aire comprimit". A l'esprai no hi ha cap informació sobre el freó (en realitat no s'indica que contingui aquesta substància); per això és més segur determinar experimentalment la velocitat de propagació del so que calcular-la. Si volguéssim fer una lent divergent utilitzaríem un gas de massa molecular inferior a la de l'aire, per exemple hidrogen H_2 (2 g/mol).

La velocitat de propagació del so en un gas es pot mesurar amb un tub de Kundt que es pot fer així: en un extrem d'un tub de metacrilat d'1 m de llarg i 3 cm de diàmetre hi colloquem un altaveu alimentat per mitjà d'un amplificador connectat a un generador de freqüència variable. Mantenint el tub horitzontal s'hi introdueix una capa de suro en pols al llarg del tub i es tapa l'altre extrem. Variant la freqüència, el tub entra en ressonància i la pols visualitza les ones estacionàries. Es mesura la longitud d'ona amb una cinta mètrica i com que sabem la freqüència es pot calcular la velocitat del so. Per a utilitzar gasos diferents de l'aire convé posar una membrana, feta amb un tros de bossa de plàstic, entre l'altaveu i el tub i, a més, col·locar un tubet lateral a prop de l'altaveu i un altre en el tap per fer entrar i sortir el gas. Dividint la velocitat del so a l'aire per la velocitat del so en gas tindrem l'índex de refracció relatiu: 2,3 pel diclorodifluorometà i 1,3 pel butà, aproximadament (aquests valors poden variar d'un dia a l'altre degut a la variació de temperatura o de la humitat de l'aire).

Construcció d'una lent de refracció

La lent més senzilla és un globus plé de diòxid de carboni, de butà o de freó. Acostant l'orella a 1 m aproximadament del globus i "enfocant" es pot provar d'escoltar un brunzidor a 1 m de distància, un rellotge o diapasó pròxims al globus. En tots els casos, i pro-



Aglomerat d'1 cm

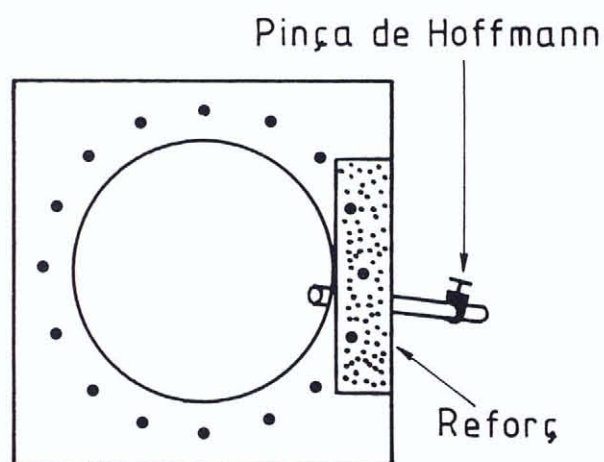
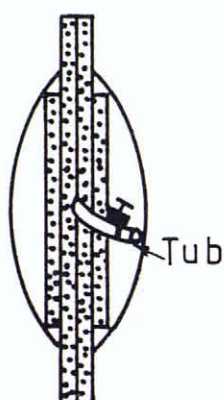
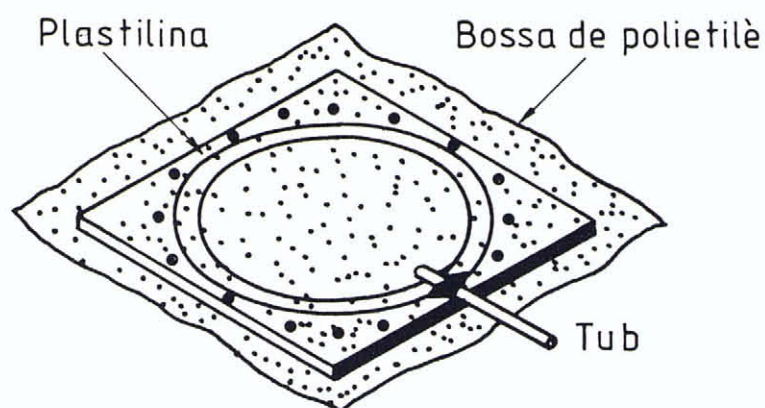


Figura 1: Esquema de construcció d'una lent prima

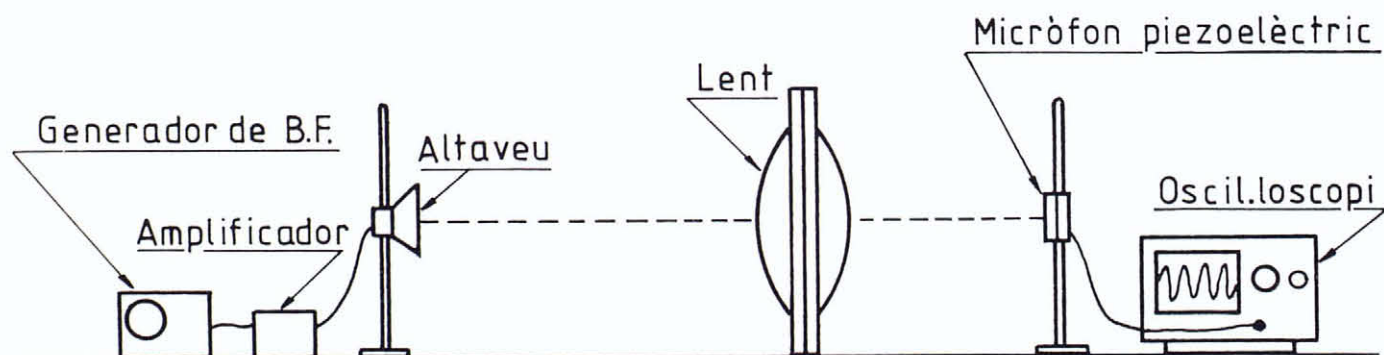


Figura 2: Muntatge d'una lent de refracció

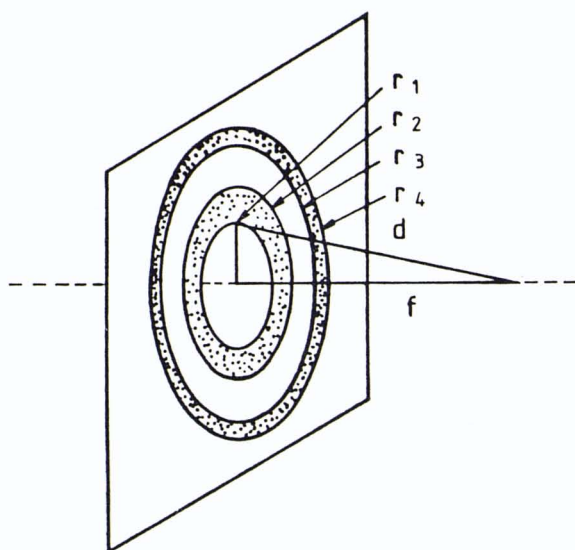


Figura 3: Dividim la superfície de la lent en zones concèntriques centrades en l'eix, de manera que cada una és en oposició de fase amb la següent

cedint amb cura, es nota que interposant el globus entre l'emissor i l'orella el so és més fort. Un globus té alguns inconvenients: no és gaire gran comparat amb la longitud d'ona, és una lent gruixuda i no és perfectament esfèric.

Una manera de fer lents primes i més grans (en comparació a la longitud d'ona) és la indicada a la figura 1: partint de dues peces d'aglomerat de 50 x 50 cm i 1 cm de gruix, es buida un cercle central de 36 cm de diàmetre amb una serra de marqueteria, es fan els forats per al tub que servirà per inflar i buidar la lent (abans és convenient d'encolar una fusta sobre cada peça a fi de reforçar el tub). Es col·loca, damunt d'una de les peces un tros de bossa de polietilè, una tira de plastilina, el tub de PVC transparent, una mica de plastilina damunt del tub, un altre tros de bossa, l'altra peça d'aglomerat i es passen els cargols, es cargolen i es posa una pinça d'Hoffman al tub.

Utilització de la lent

Es pot fer el muntatge de la figura 2. No convé utilitzar un micròfon massa sensible perquè recull el so reflectit a les parets; tampoc convé que sigui massa petit car només recolliria una part de la imatge. El més convenient és un micròfon de cristall conecat directament a l'oscil·loscopi. L'altaveu és de 4 polzades, es posa a uns 120 cm del micròfon i s'utilitza una freqüència entre 4000 Hz i 8000 Hz (es podria pensar en utilitzar ultrasons però no són transmesos per la lent). S'infla la lent amb el freó fins a un gruix d'uns 15 cm per tal que la distància focal sigui d'uns 10 cm (amb diòxid de carboni o butà només s'obtidran distàncies focals llargues). Cal

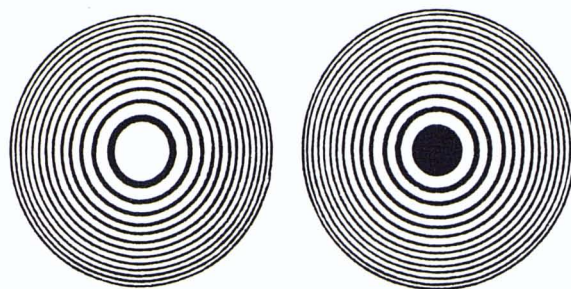


Figura 4: Si tapem les zones parelles (a) o les senars (b) totes les ones que arriben al focus estan en fase i es reforcen

tenir en compte que la major part del gas (si és diferent de l'aire) s'escapa pels porus de la lent (o del globus) en menys d'una hora. Es desplaça la lent fins que el senyal a l'oscil·loscopi sigui màxim, en aquest punt s'ha aconseguit formar la imatge de l'altaveu en el micròfon. Aplicant l'equació de les lents primes:

$$1/o + 1/i = 1/f$$

(*o* és la distància objecte, *i* la distància imatge, i *f* la distància focal) i variant la distància entre altaveu i micròfon es pot calcular la distància focal i es veurà que és una constant. La distància focal es pot calcular amb:

$$f = R/2(n - 1)$$

on *R* és el radi de curvatura de la lent (suposem que les dues cares tenen el mateix radi) i *n* l'índex de refracció relatiu (2,3 per al freó). El radi de curvatura es pot calcular així:

$$R = (D^2 + G^2)/4G$$

on *D* és el diàmetre de la lent (36 cm) i *G* és el gruix en el centre (uns 5 cm). Inflant la lent més o menys podem variar la distància focal. Aquest és un avantatge respecte a les lents òptiques. Les distàncies focals calculades i les experimentals poden diferir en un 15%. Les principals causes són possiblement que els radis de curvatura no són iguals en les dues cares (això s'aprecia a simple vista) i que l'índex de refracció no es pot conèixer amb gaire precisió.

Una manera senzilla i espectacular de demostrar que aquest dispositiu actua com una lent convergent un cop enfocada la imatge amb el micròfon, consisteix a treure aquest i posar-hi l'orella; si en aquestes condicions es mou lateralment la lent, es notarà un fort canvi d'intensitat en el so percebut.

Lents de difracció (lents de Fresnel)

Consideracions teòriques

Suposem que una ona plana de longitud d'ona λ , arriba a la lent, que també és plana, i convergeix després a una

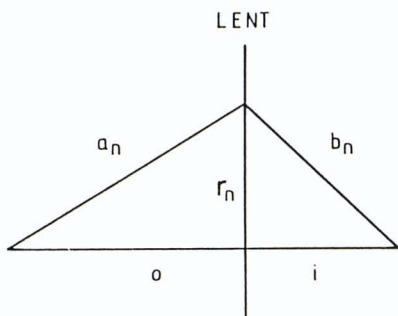


Figura 5: Aquestes lents poden formar imatges i obeeixen l'equació de les lents primes

certa distància f (distància focal) sobre l'eix de la lent (figura 3). Segons el principi d'Huygens qualsevol punt de la lent es converteix en un emissor d'ones esfèriques però aquestes arriben desfasades al focus degut a que l'espai recorregut és diferent. Dividim la superfície de la lent en zones concèntriques centrades en l'eix de manera que la distància al focus del final de la primera zona sigui $d_1 = f + \lambda/2$, la de la segona $d_2 = f + 2\lambda/2$, la de la tercera $d_3 = f + 3\lambda/2$, i la de la n -èsima $d_n = f + n\lambda/2$. Una zona és en oposició de fase amb la següent i les seves contribucions en el focus quasi s'anul·len. La lent s'obté "tapant" les zones parells (o les senars) a fi que totes les ones que arriben al focus ho fassin en fase i es reforcin (figura 4).

De la figura 3 hom dedueix:

$$r_n^2 = d_n^2 - f^2$$

però,

$$d_n = f + n\lambda/2$$

i per tant,

$$r_n^2 = f^2 + 2fn\lambda/2 + n^2\lambda^2/4 - f^2$$

Si λ és petit comparat amb f , i n no és molt gran el terme $n^2\lambda^2/4$ es pot negligir i queda

$$r_n = \sqrt{fn\lambda}.$$

Aquesta relació és la mateixa que la corresponent als anells de Newton de manera que una lent de Fresnel òptica es pot elaborar a partir d'una fotografia dels anells de Newton a l'escala adequada.

Un aspecte interessant és que aquestes lents poden formar imatges i obeeixen l'equació de les lents primes de la mateixa manera que una lent de difracció.

Suposem que s'origina una ona esfèrica en un punt situat a una distància o del centre de la lent de Fresnel i que la volem fer convergir en un punt a una distància i a l'altre costat de la lent (tots dos punts situats sobre l'eix). En aquest punt es forma, doncs, la imatge de

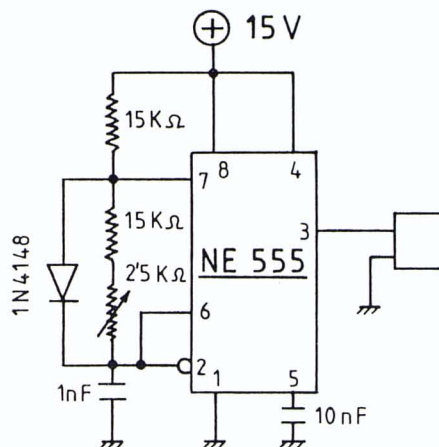


Figura 6: Aquest circuit pot funcionar com a càpsula emissora d'ultrasons

l'objecte situat a la distància o . Si considerem la zona n , tenim segons la figura 5 que:

$$a_n + b_n = O + 1 + n\lambda/2,$$

$$a_n = (o^2 + r_n^2)^{1/2} = o(1 + r_n^2/o^2)^{1/2},$$

$$b_n = (i^2 + r_n^2)^{1/2} = i(1 + r_n^2/i^2)^{1/2},$$

normalment $r_n/o < 1$ i $r_n/i < 1$ i podem aproximar les arrels pels primers termes dels respectius desenvolupaments en sèrie:

$$(1 + x)^{1/2} = 1 + x/2 + \dots,$$

$$a_n = o(1 + r_n^2/2o^2),$$

$$b_n = i(1 + r_n^2/2i^2)$$

Substituint i operant:

$$o + r_n^2/2o + 1 + r_n^2/2i = o + i + n\lambda/2$$

i per tant,

$$r_n^2/2(1/o + 1/i) = n\lambda/2,$$

$$1/o + 1/i = 1(r_n^2/n\lambda).$$

Però la lent és construïda de tal manera que

$$r_n^2/n\lambda = f.$$

Per tant, $1/o + 1/i = 1/f$.

Una lent de Fresnel presenta aberració cromàtica (la distància focal depèn de la longitud d'ona) i a més té focus secundaris amb distàncies focals múltiples i submúltiples de la distància focal principal. Aquests focus secundaris són poc importants perquè respecte a ells algunes zones es troben en oposició de fase respecte a d'altres.

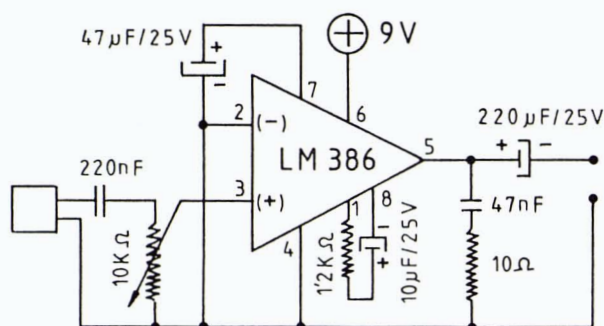


Figura 7: Els ultrasons es recullen amb la càpsula receptora i, després d'amplificar el senyal, es visualitzen per mitjà d'un oscil·loscopi

Construcció i utilització d'una lent de Fresnel acústica

Per tal d'evitar que la lent sigui massa gran, convé utilitzar ultrasons. Les càpsules més fàcils de trobar són de 40,2 kHz ($\lambda = 0.85$ cm). La càpsula emissora pot funcionar amb un generador de freqüència o amb el circuit de la figura 6. Els ultrasons es recullen amb la càpsula receptora i després d'amplificar (figura 7) es visualitzen a l'oscil·loscopi. Els radis de les zones per una distància focal de 10 cm són

$$r_n = \sqrt{n \cdot 0.85 \cdot 10}$$

n	1	2	3	4	5	6	7
r_n/cm	2.9	4.1	5	5.8	6.5	7.1	7.7

(Cal tenir en compte que a mesura que augmenta n , els valors són menys vàlids, degut a l'aproximació que hem fet per obtenir l'expressió de r_n .)

Es dibueixen aquests radis en un quadrat de 34×34 cm que pot ser de fullola, porexpan, cartolina, paper ... i es buiden, per exemple, les zones senars (també es pot fer al revés) tot deixant les zones parells unides les unes a les altres mitjançant 8 radis (vegeu fotografia). El porexpan es pot tallar amb un tros de fil (uns 8 cm) de resistència de fogó elèctric doblegat per la meitat i connectat a uns 3V altern (si és possible feu servir un regulador de potència). Per determinar la distància focal i comprovar que es compleix l'equació de les lents

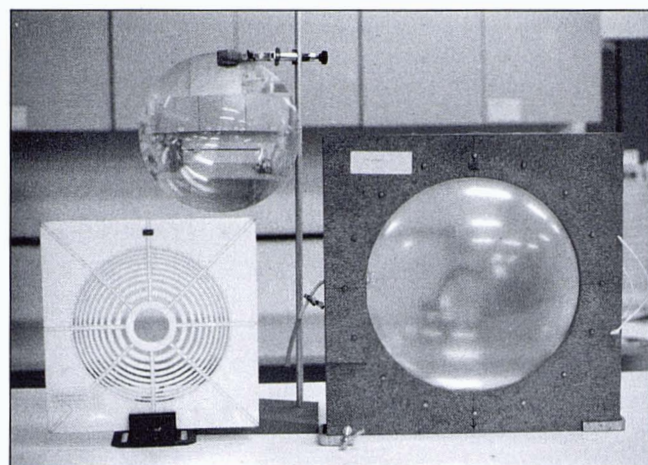


Figura 8: En primer pla, dos tipus de lents acústiques: de difracció (esquerra) i de refracció (dreta)

primes es pot fer un muntatge semblant al de la figura 2.

La distància focal experimental no coincidirà amb la teòrica; una lent com la anterior feta de paper presentava una distància focal de 7,4 cm i la de porexpan (d'1 cm de gruix), 8,5 cm. Aquesta diferència és deguda al gruix apreciable del porexpan respecte al paper mentre que la diferència amb els 10 cm teòrics s'explica per haver utilitzat aproximacions en el càlcul de les zones, la longitud d'ona no és molt més petita que la longitud focal com en el cas de les lents òptiques.

En comptes d'eliminar les ones secundàries que arriben en oposició de fase, es poden desfasar mig període més perquè es trobin en fase amb les altres; així s'obté una lent més eficient. El porexpan es podria comportar d'aquesta manera ja que els ultrasons s'hi propaguen a una velocitat d'uns 240 m/s de manera que les ones transmeses per 1 cm de porexpan es desfasen mig període en relació a les que es propaguen per l'aire (a 40,2 kHz). Malauradament només transmet una part de les ones incidents i pràcticament no s'observa diferència amb les lents fetes de d'altres materials. La velocitat del so en el porexpan es pot determinar connectant el senyal de l'emissor d'ultrasons a un canal de l'oscil·loscopi i el senyal del receptor a un altre canal, quan s'introdueix un tros de porexpan entre ambdós varia el desfasament entre els dos senyals. El desfasament addicional depèn de la diferència de velocitat en el porexpan i en l'aire i del gruix del porexpan.